



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی

(دوره‌های کارشناسی ارشد)

سال ۱۳۹۰

آزمون ۱۰۰ درصد اول

دفترچه حل تشریحی

عمران

کد (۱۲۶۴)

- ۱- گزینه ۳ درست است.
 ۲- گزینه ۱ درست است.
 ۳- گزینه ۲ درست است.
 ۴- گزینه ۴ درست است.
 ۵- گزینه ۱ درست است.
 ۶- گزینه ۳ درست است.
 ۷- گزینه ۲ درست است.
 ۸- گزینه ۱ درست است.
 ۹- گزینه ۴ درست است.
 ۱۰- گزینه ۱ درست است.

than any other

one suggestion wasturn off (subjunctive)

would be shut off (passive)

who had done (past perfect)

the man ... his

۱۱- گزینه ۲ درست است.

۱۲- گزینه ۱ درست است.

۱۳- گزینه ۲ درست است.

۱۴- گزینه ۱ درست است.

۱۵- گزینه ۲ درست است.

۱۶- گزینه ۳ درست است.

این سؤال می‌پرسد که دلیل اولیه تعبیه یک فضای خالی مرکزی برای برج چه بود؟ همانطور که در پاراگراف دوم آمده است چون پلان طبقات بسیار وسیع بود نقاط میانی طبقات فاقد نور طبیعی بودند به همین علت فضای خالی مرکزی برای برج تعبید گشت که البته بعداً برای قرار دادن شکاف‌های عمودی بزرگی مورد استفاده قرار گرفتند که سبب ارتقاء عملکرد آبرودینامیکی سازه شد.

با توجه به توضیحات بالا جواب سؤال گزینه سوم است.

۱۷- گزینه ۴ درست است.

این سؤال می‌پرسد که چه تدبیری برای مقابله با اثر باد بر برج اندیشیده شد؟ همانگونه که در متن اشاره شده (پاراگراف سوم) با توجه به اینکه مساحت سازه در ارتفاع کم نشده است و با وجود اینکه این عمل می‌توانست به شدت در مقابله با نیرو باد مؤثر باشد اما برای این منظور این تدبیر اندیشیده شد که اجازه داده شود تا باد از میان برج عبور کند لذا جواب صحیح گزینه چهارم است.

تذکر: مطالب آمده در بالا ترجمه آزاد متن می‌باشد و ترجمه دقیق آن نیست.

۱۸- گزینه ۳ درست است.

این سؤال می‌پرسد که کدام گزینه یک مزیت «پلهای هوایی» نمی‌باشد؟





همانطور که در پاراگراف چهارم ذکر شده است:

شکافها سازه را به چهار قسمت در هر، تقریباً 25 طبقه، تقسیم می‌کنند، که توسط پل‌های هوایی سه طبقه‌ای به هم متصل هستند. این موضوع برج را به چند ساختمان بیست و پنج طبقه تقسیم می‌نماید که از هم جدا هستند و یک شهر قائم را ایجاد کرده است. هر پل هوایی یک نقطه انتقال برای انتقال از آسانسورهای رفت و برگشت به آسانسورهای موضعی ایجاد می‌نماید. (گزینه اول) و همچنین یک فضایی برای انطباق با 25 طبقه بالا. به اضافه این طبقات (پل‌ها) فضاهایی برای اتاق‌های فضای سبز امکانات پزشکی اورژانس (گزینه چهارم) تأمین می‌نماید و همچنین وسیله جایگزینی هستند برای خروج (گزینه دوم). بنابراین تنها گزینه‌ای که به آن اشاره نشده گزینه سوم است.

۱۹- گزینه ۳ درست است.

این سؤال می‌پرسد که کدام گزینه محور اصلی برج می‌باشد.

همانطور که در خط اول از پاراگراف دوم آمده است دیوار استوانه‌ای است که مانند محور اصلی برج عمل می‌کند لذا گزینه صحیح گزینه سوم است.

۲۰- گزینه ۱ درست است.

این سؤال می‌پرسد که کدام یک وظیفه متصل کردن دیوار استوانه‌ای را به ابر ستون‌ها برعهده دارد؟
جواب سؤال طبق بند اول از پاراگراف سوم گزینه اول یعنی «دیوارهای پره‌ای» می‌باشد.

۲۱- گزینه ۲ درست است.

این سؤال می‌پرسد که مزیت (استفاده از) خرپاهای فلزی چیست؟
همانطور که در خط آخر پاراگراف سوم آمده است؛ خرپاهای فولادی از طریق گیردار کردن ابرستون‌ها سبب می‌شود که آن‌ها سختی جانبی ستون را بالا ببرند لذا جواب صحیح گزینه دوم است.

تذکر: اگر سؤال وظیفه خرپاها را می‌پرسید آن‌گاه گزینه اول یا سوم جواب سؤال می‌شد.

۲۲- گزینه ۳ درست است.

این سؤال می‌پرسد که از نظر زمان‌بندی مطالعات ژئوتکنیک چگونه انجام شد؟
همانطور که در خط اول از پاراگراف چهارم ذکر گردیده است این مطالعات به طور موازی با مراحل طراحی سازه انجام شد. لذا جواب صحیح گزینه سوم به معنای «همزمان» می‌باشد.

۲۳- گزینه ۴ درست است.

این سؤال می‌پرسد که چند درصد از نصب پی گسترده انجام شده است.
کلمه «mat» معادل raft و به معنای پی گسترده است. همانطور که در متن و در انتهای پاراگراف چهارم ذکر شده است. تقریباً نیمی از پی عمیق اجرا شده است نه پی گسترده لذا جواب صحیح گزینه چهارم است.

۲۴- گزینه ۴ درست است.

این سؤال می‌پرسد که اگر بار باد بر روی سازه در حالی که سازه فاقد شکافها می‌باشد برابر «A» باشد این نیروی زمانی که شکافها موجود هستند چقدر است؟

همانطور که در خط چهارم از پاراگراف سوم وجود شکافها میزان بارباد را کاهش می‌دهد و این مقدار به اندازه‌ای است که به توان سه و در جهت کاهش برسد به عبارت دیگر به توان $\frac{1}{3}$ برسد لذا جواب صحیح گزینه چهارم است.





۲۵- گزینه ۲ درست است.

این سؤال می‌پرسد که بر چالش مربوط به نیروی باد از چه طریقی غلبه شد؟ همانطور که در جای جای متن اشاره شده است این اثر از طریق ایجاد تغییر در هندسه ساختمان یعنی ایجاد شکاف‌هایی در برج به مقدار زیادی کاهش یافته است.

۲۶- گزینه ۱ درست است.

این سؤال که به صورت جالی خالی است تعریف اعضاء کششی «تابی» می‌باشد که جواب آن گزینه اول است. ترجمه صورت سؤال: (اعضاء کششی) تابی مقاومت خود را از طریق شکل خود به دست می‌آورند و نیروهای عرضی را به صورت کشش خالص و از طریق تغییر شکل منتقل می‌نمایند.

۲۷- گزینه ۴ درست است.

خاصیت خاک و یا سنگ که بیانگر میزان راحتی حرکت آب در فضاهای خالی و یا سطح شکست خاک یا سنگ می‌باشد چه نامیده می‌شود؟ جواب گزینه چهارم به معنای «رسانش هیدرولیکی» می‌باشد.

۲۸- گزینه ۱ درست است.

طبق تعریف مقاومت برشی بتن اندازه تنش فشاری آن است زمانی که بتن به صورت کامل گسیخته می‌شود. جواب گزینه اول به معنی «تک محوره» می‌باشد.

۲۹- گزینه ۴ درست است.

محاسبه فرکانس‌های شکل‌های مودهای گوناگون یک سیستم از طریق روش‌های انرژی و به صورت دستی ناممکن است. با یک مود مشخص از یک سیستم چند درجه آزادی، می‌توان جرم، سختی و نیروی اعمالی را به یک سیستم یک درجه آزادی پیدا کرد. جواب سوال گزینه چهارم به معنی «معادل» می‌باشد.

۳۰- گزینه ۳ درست است.

مجموعه‌ای از اعضاء سازه‌ای که می‌بایست به شکل قابل توجهی یک سازه را از قسمت تحتانی سازه که بر روی یک زمین در حال لرزش قرار گرفته‌اند جدا کند و در نتیجه یکپارچگی سازه ساختمانی یا غیر ساختمانی را محافظت نماید چه نام دارد؟ جواب گزینه سوم می‌باشد.

ریاضی

۳۱- گزینه ۳ درست است.

$$\text{معادله مشخصه: } \begin{vmatrix} 7-\lambda & 2 & 2 \\ 0 & 1-\lambda & 0 \\ 3 & 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(7-\lambda)((1-\lambda)(2-\lambda)-0)-2(0-0)+2(0-3(1-\lambda))=0 \rightarrow (1-\lambda)((7-\lambda)(2-\lambda)-6)=0 \rightarrow$$

$$(1-\lambda)(\lambda^2-9\lambda+8)=0 \rightarrow \lambda=1, 1, 8$$

برای یافتن بردار ویژه نظیر مقدار ویژه تکراری یعنی $\lambda=1$ می‌نویسیم:

$$(A-II)X=0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$





دستگاه فوق دارای یک معادله مستقل $3\alpha + \beta + \gamma = 0$ است، لذا متناظر آن دو بردار ویژه مستقل مثل زیر قابل حصول است:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

۳۲- گزینه ۲ درست است.

$$\frac{2n+3}{n+7} = \frac{2(n+7)-11}{n+7} = 2 - \frac{11}{n+7}$$

وقتی $n \rightarrow \infty$ داریم $\frac{11}{n+7} \rightarrow 0^+$ لذا:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[2 - \frac{11}{n+7} \right] = [2 - 0^+] = [2^-] = 1$$

یعنی دنباله a_n همگرا است به 1

وقتی $n \rightarrow \infty$ داریم:

$$\frac{1}{2n+3} \rightarrow 0^+ \Rightarrow \left[\frac{1}{2n+3} \right] = [0^+] = 0$$

کراندار نامعلوم: $\sin n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 = \text{کراندار نامعلوم} \times \text{صفر واقعی}$$

یعنی دنباله b_n همگرا است به 0

۳۳- گزینه ۱ درست است.

با تغییر متغیر $x = \frac{1}{2} - t$ داریم:

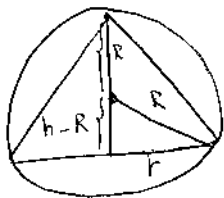
$$dx = -dt \quad \begin{cases} x=0 \rightarrow t = \frac{1}{2} \\ x=1 \rightarrow t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{x-2} dx = \int_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}} \frac{\sin \pi \left(\frac{1}{2} - t \right)}{\frac{1}{2} - t - 2} (-dt) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \pi t \right)}{-t - \frac{3}{2}} dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\cos \pi t}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(2t+3)} dt = -2B$$

لذا داریم:

$$B = -\frac{A}{2}$$

۳۴- گزینه ۳ درست است.



h: ارتفاع مخروط

r: شعاع قاعده مخروط

R: شعاع کره

$$1 = \text{حجم کره} \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = 1 \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$$





$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad \text{حجم مخروط}$$

از رابطه فیثاغورث داریم:

$$R^2 = r^2 + (h-R)^2 \rightarrow R^2 = r^2 + h^2 + R^2 - 2hR \Rightarrow r^2 = 2hR - h^2$$

پس به دست می‌آید:

$$V = \frac{\pi}{3} (2hR - h^2) h = \frac{\pi}{3} (2h^2 R - h^3)$$

برای اکسترمم کردن V می‌نویسیم:

$$\frac{dV}{dh} = 0 \rightarrow 4hR - 3h^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} h = 0 & V_{\min} \text{ متناظر} \\ h = \frac{4R}{3} & V_{\max} \text{ متناظر} \end{cases}$$

لذا برای ماکسیمم شدن حجم مخروط باید:

$$h = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} = 3 \sqrt{\frac{16}{9\pi}}$$

۳۵- گزینه ۱ درست است.

نیم‌دایره $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ در فرم قطبی چنین بیان می‌شود:

$$\begin{cases} x = a \cos \theta & ; 0 \leq \theta \leq \pi \\ y = a \sin \theta \end{cases} \Rightarrow ds = a d\theta$$

$$\bar{y}_G = \frac{\int_C \rho y ds}{\int_C \rho ds} = \frac{\int_C y^2 ds}{\int_C y ds} = \frac{\int_0^\pi a^2 \sin^2 \theta \cdot a d\theta}{\int_0^\pi a \sin \theta \cdot a d\theta} = \frac{a^3 \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta}{a^2 \int_0^\pi \sin \theta d\theta} = \frac{\frac{a^3}{2} \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \Big|_0^\pi}{a^2 (-\cos \theta) \Big|_0^\pi} = \frac{a \pi}{2 \cdot 2} = \frac{\pi a}{4}$$

۳۶- گزینه ۳ درست است.

برای تابع $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ داریم:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

$$\text{داریم: } \begin{cases} x = 3 & , y = 4 \\ dx = \frac{1}{10} & , dy = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

$$dz = \frac{3}{5} \times \frac{1}{10} + \frac{4}{5} \times \frac{-1}{10} = \frac{-1}{50}$$

و چون مقدار z در $y = 4$ و $x = 3$ برابر ۵ است داریم:

$$\sqrt{(3.1)^2 + (3.9)^2} \approx 5 + \frac{-1}{50} \approx 4.98$$

۳۷- گزینه ۱ درست است.

$$F: x + y^2 + z^2 - 6 \rightarrow \vec{\nabla} F = i + 2yj + 2zk$$

$$G: xyz^2 - 2 \rightarrow \vec{\nabla} G = yz^2 i + xz^2 j + 2xyzk$$

$$\vec{N}_1 = \vec{\nabla} F(1, 2, 1) = i + 4j + 2k \quad \text{نرمال رویه اول}$$





نرمال رویه دوم $\vec{N}_2: \vec{\nabla}G(1, 2, 1) = 2i + j + 4k$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{|\vec{N}_1| |\vec{N}_2|} = \frac{2+4+8}{\sqrt{21} \sqrt{21}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

۳۸- گزینه ۴ درست است.

منحنی حاصل از تقاطع رویه $x^4 + y^4 + z^4 = a^4$ و صفحه $x + y + z = \frac{a}{2}$ منحنی بسته C است و چون:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2x \sin y & \cos z + x^2 \cos y & -y \sin z \end{vmatrix} = i(-\sin z - (-\sin z)) - j(0-0) + k(2x \cos y - 2x \cos y) = \vec{0}$$

لذا انتگرال مورد نظر مستقل از مسیر است و بواسطه بسته بودن مسیر C و پیوستگی \vec{F} و مشتقات جزئی مؤلفه‌های آن داریم:

$$I = 0$$

۳۹- گزینه ۳ درست است.

روی نیم کره بالایی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ داریم:

$$dS = \frac{a \, dx \, dy}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}}$$

$$z^2 = a^2 - x^2 - y^2$$

و تصویر این سطح روی صفحه xy ناحیه $D: x^2 + y^2 \leq a^2$ است. لذا می‌توان نوشت:

$$I = \iint_D (a^2 - x^2 - y^2) \frac{a \, dx \, dy}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}} = \iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \, a \, dx \, dy = \int_0^{2\pi} \int_0^a \sqrt{a^2 - r^2} \, r \, dr \, d\theta$$

$$= (2\pi) \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} (a^2 - r^2)^{\frac{3}{2}} \right) \Bigg|_0^a = \frac{2\pi}{3} a \sqrt{a}$$

۴۰- گزینه ۱ درست است.

در هر نقطه (x, y, z) از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ بردار یکه عمود به سمت خارج از رابطه $\vec{n} = \frac{xi + yj + zk}{a}$ به دست می‌آید:

$$\vec{\nabla}f = f_x i + f_y j + f_z k = \frac{xi + yj + zk}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\frac{df}{d\vec{n}} = \vec{\nabla}f \cdot \vec{n} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{a}$$

و حاصل عبارت فوق روی سطح کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ برابر ۱ است. لذا:

$$I = \iint_S \frac{df}{d\vec{n}} \, dS = \iint_S 1 \, dS = \text{مساحت کره} = 4\pi a^2$$

۴۱- گزینه ۳ درست است.

$$P(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{x^m} \quad Q(x) = \frac{(\sin x)^n}{x^m}$$





برای آنکه $x=0$ نقطه غیر عادی نامنظم باشد باید لااقل یکی از دو حد زیر موجود نباشد.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} xP(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1-e^{2x})}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1-(1+2x))}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{x^{m-2}} \\ \lim_{x \rightarrow 0} x^2Q(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(\sin x)^n}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2x^n}{x^m} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{m-n-2}} \end{cases}$$

و این می‌طلبید:

$$\begin{cases} m-2 > 0 \rightarrow m > 2 \\ \text{یا} \\ m-n-2 > 0 \rightarrow m-2 > n \end{cases}$$

۴۲- گزینه ۴ درست است.

معادله مشخصه معادله کوشی به فرم زیر است:

$$\lambda(\lambda-1)+2\lambda+1=0 \rightarrow \lambda^2+\lambda+1=0$$

پس با تغییر متغیر $t = \ln x$ معادله کوشی غیر همگن داده شده به فرم زیر تبدیل به یک معادله با ضرایب ثابت غیر همگن می‌شود:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = \sin 2t \rightarrow y_p = \frac{1}{D^2+D+1}(\sin 2t) \xrightarrow{D^2 \rightarrow -4}$$

$$y_p = \frac{1}{D-3} \frac{D+3}{D+3}(\sin 2t) = \frac{D+3}{D^2-9}(\sin 2t) \xrightarrow{D^2 \rightarrow -4} y_p = \frac{D+3}{-13}(\sin 2t) = -\frac{1}{13}(2\cos 2t + 3\sin 2t)$$

پس:

$$Y_p = -\frac{2}{13}\cos(2\ln x) - \frac{3}{13}\sin(2\ln x)$$

۴۳- گزینه ۳ درست است.

از طرفین معادله تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$(S^2Y(S) - Sy(0) - y'(0)) + 2(SY(S) - y(0)) + Y(S) = e^{-2S} \rightarrow (S^2 + 2S + 1)Y(S) = S + 2 + e^{-2S} \rightarrow$$

$$Y(S) = \frac{S+1}{(S+1)^2} + \frac{1}{(S+1)^2} + \frac{e^{-2S}}{(S+1)^2} \xrightarrow{L^{-1}} y(t) = e^{-t} + te^{-t} + u_2(t)(t-2)e^{-(t-2)}$$

۴۴- گزینه ۱ درست است.

با استفاده از اپراتور $D = \frac{d}{dt}$ معادلات دستگاه چنین نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} (3D-1)\left\{ \begin{aligned} (D-2)x - Dy &= e^t \\ 2Dx + (3D-1)y &= e^t \end{aligned} \right. \rightarrow \left((3D-1)(D-2) + 2D^2 \right)x = (3D-1)(e^t) + D(e^t) \rightarrow$$

$$(5D^2 - 7D + 2)x = 3e^t - e^t + e^t \rightarrow (5D^2 - 7D + 2)x = 3e^t$$

$$\text{معادله مشخصه: } 5\lambda^2 - 7\lambda + 2 = 0 \rightarrow \lambda = 1, \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{پایه‌های جواب}} \begin{cases} e^t \\ e^{\frac{2}{5}t} \end{cases}$$

$$\text{جواب خصوصی: } x_p = \frac{1}{5D^2 - 7D + 2}(3e^t) = \frac{1}{(D-1)(5D-2)}(3e^t) = t \frac{1}{5(1)-2} 3e^t = te^t$$





پس جواب عمومی $x(t)$ چنین است:

$$x = Ae^t + Be^{\frac{2}{5}t} + te^t$$

۴۵- گزینه ۲ درست است.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y-2x}{4y-3x} \rightarrow \frac{(3y-2x)dx}{P} + \frac{(3x-4y)dy}{Q} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = 3$$

پس معادله کامل می باشد.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 3y-2x \rightarrow u = 3yx - x^2 + A(y) \\ \frac{\partial u}{\partial y} = 3x-4y \rightarrow u = 3xy - 2y^2 + B(y) \end{cases}$$

لذا جواب عمومی $3xy - x^2 - 2y^2 = C$ می باشد.

شرط گذشتن جواب از نقطه $(0, 1)$ می طلبد $C = -2$ یعنی جواب مورد نظر $3xy - x^2 - 2y^2 = -2$ بوده و به ازای $y = 0$ داریم:
 $-x^2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

مکانیک جامدات (مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها)

۴۶- گزینه ۳ درست است.

$$\varepsilon_x = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{1} = 10^{-4} \text{ اگر } A \text{ روی } A' \text{ قرار بگیرد.}$$

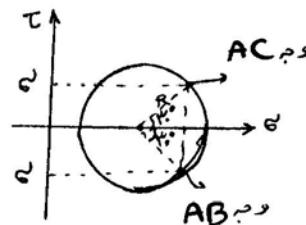
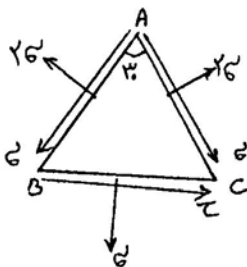
$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \Rightarrow \varepsilon_x = -\frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) \quad (I) \\ \sigma_x = 0 \end{cases}$$

$$\varepsilon_y = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = 0 \Rightarrow \sigma_y = \nu\sigma_z \quad (II)$$

$$(I) \text{ و } (II) \Rightarrow \varepsilon_x = \frac{-\nu}{E}(1+\nu)\sigma_z \Rightarrow \sigma = \frac{E\varepsilon_x}{\nu(1+\nu)} = \frac{200 \times 10^3 \times 10^{-4}}{0.25 \times 1.25} \Rightarrow \sigma = 64 \text{ (MPa)}$$

۴۷- گزینه ۴ درست است.

با توجه به تعادل المان، به سادگی می توان فهمید $\tau = 0$ است.



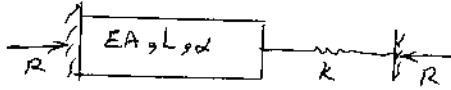
$$\sin 30 = \frac{\sigma}{R} \rightarrow R = 2\sigma \rightarrow \tau_{\max} = 2\sigma$$

باید توجه شود که شعاع دایره مور، همان تنش برشی max است.





۴۸- گزینه ۱ درست است.

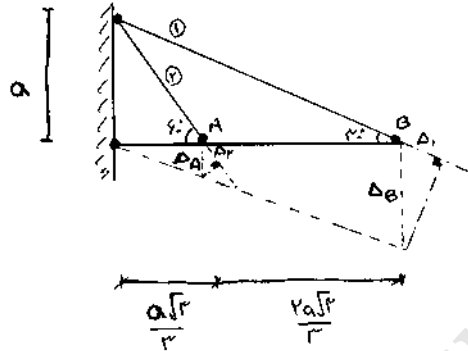


$$\Delta_{\text{فتر}} + \Delta_{\text{میله}} = 0$$

$$\left(\alpha L \Delta t - \frac{RL}{AE} - \frac{R}{K} \right) = 0 \rightarrow R = \frac{2}{3} AE \alpha \Delta t$$

۴۹- گزینه ۲ درست است.

تغییر شکل عضو صلب را به صورت زیر رسم می‌کنیم. با توجه به هندسه شکل داریم:



$$\begin{cases} \Delta_B = \frac{a\sqrt{3}}{3} = 3 \\ \Delta_A = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\Delta_1 = \Delta_B \cos 60^\circ, \Delta_2 = \Delta_A \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{\Delta_B}{\Delta_A} \cot 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{FL}{EA} \right)_1}{\left(\frac{FL}{EA} \right)_2} = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\left(\frac{F_1}{A_1} \right) \times L_1}{\left(\frac{F_2}{A_2} \right) \times L_2} = \sqrt{3}$$

$$L_1 = \frac{a}{\sin 30^\circ}, L_2 = \frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{a}{\cos 30^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \times \frac{\frac{a}{\sin 30^\circ}}{\frac{a}{\cos 30^\circ}} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$$

۵۰- گزینه ۱ درست است.

در مقطع بیان شده، با توجه به اینکه المان‌های میله در حالت برش خالص قرار دارند، تنش برشی حداکثر با تنش نرمال حداکثر برابر است.

$$\tau = \frac{T}{2A_m t} = \frac{T}{2a^2 t}$$

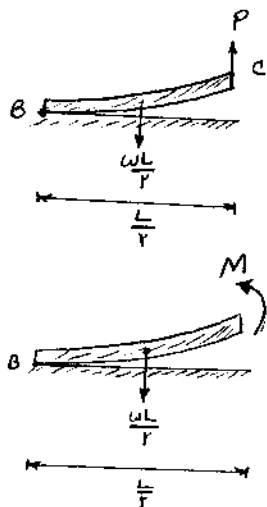
$$\sigma_{\text{max}} = \frac{T}{2a^2 t}$$

۵۱- گزینه ۳ درست است.

در نقطه B به دلیل عدم وجود لنگر متمرکز، لنگر خمشی مقداری پیوسته داشته و در دو طرف آن یکسان است. در سمت چپ B شعاع انحنا بی‌نهایت بوده و در نتیجه انحنا صفر است. بنابراین لنگر خمشی در نقطه B صفر است.

$$\rho = \infty \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = 0 \Rightarrow M_B = 0$$





$$\sum M_B = 0 \Rightarrow p \times \frac{L}{2} = \frac{wL}{2} \times \frac{L}{4} \Rightarrow p = \frac{wL}{4}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M = \frac{wL}{2} \times \frac{L}{4} \Rightarrow M = \frac{wL^2}{8}$$

۵۲- گزینه ۲ درست است.

با توجه به رابطه بین q ، v و M معادله لنگر ایجاد شده و لنگر حداکثر ایجاد شده در تیر عبارت است از:

$$q(x) = -q \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$V(x) = \frac{qL}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L} + c_1$$

$$M(x) = \frac{qL^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{L} + c_1 x + c_2$$

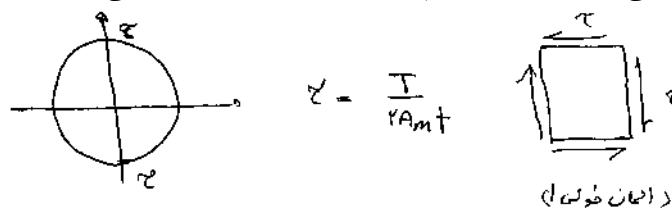
$$\begin{cases} x=0 \\ M=0 \end{cases} \rightarrow c_2 = 0, \quad \begin{cases} x=L \\ M=0 \end{cases} \rightarrow c_1 = 0 \Rightarrow M = \frac{qL^2}{\pi^2} \sin \left(\frac{\pi x}{L} \right)$$

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{\pi^2}$$

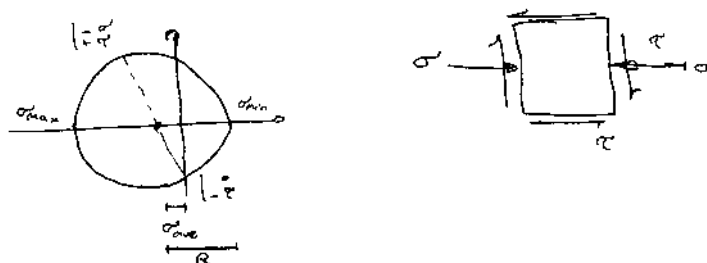
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{s} = \frac{\frac{qL^2}{\pi^2}}{\frac{a^3}{6}} = \frac{6qL^2}{\pi^2 a^3}$$

۵۳- گزینه ۴ درست است.

اگر در حضور لنگر T_0 ، المان‌های طولی تیر را در نظر بگیریم، به صورت المان برش خالص می‌باشند.



با افزایش دمای محیط، تنش طولی نیز در تیر ایجاد می‌شود و دایره موهر المان طولی به صورت زیر خواهد بود:



$$\begin{cases} \sigma_{\min} = \sigma_{\text{ave}} + R = 0 \Rightarrow -\sigma_{\text{ave}} = R \\ \sigma_{\text{ave}} = -\frac{\sigma + 0}{2} = -\frac{\sigma}{2} \\ R = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma^2}{4} = \frac{\sigma^2}{4} + \tau^2 \Rightarrow \tau = 0 \quad \times$$

بنابراین با افزایش دمای محیط، نمی‌توان این کار را انجام داد.

۵۴- گزینه ۱ درست است.

حداکثر لنگر مثبت و منفی به ترتیب بر روی تکیه‌گاه گیردار و مفصلی به شرح زیر است:

$$M_{\max}^+ = 1.5F \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{\max}^t = \frac{(1.5F)\left(\frac{h}{3}\right)}{I} \\ \sigma_{\max}^c = \frac{(1.5F)\left(\frac{2h}{3}\right)}{I} \end{cases}$$

$$M_{\max}^- = 1.0F \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{\max}^t = \frac{(1.0F)\left(\frac{2h}{3}\right)}{I} \\ \sigma_{\max}^c = \frac{(1.0F)\left(\frac{h}{3}\right)}{I} \end{cases}$$

$$\sigma_{\max}^t = \frac{2Fh}{3I} \leq 50 \rightarrow F \leq \frac{75I}{h}$$

$$\sigma_{\max}^c = \frac{3Fh}{3I} \leq 80$$

۵۵- گزینه ۱ درست است.

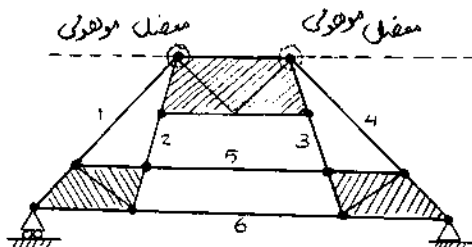
$$\theta_A = \theta_B = \frac{ML}{6EI}$$

$$U = 2 \times \frac{1}{2} M\theta = 2 \times \frac{1}{2} \times M \times \frac{ML}{6EI} = \frac{M^2L}{6EI}$$

۵۶- گزینه ۴ درست است.

$$M = 23, R = 3, N = 13, C = 32$$

$$DI = (3M + R) - (3N + C) = (3 \times 23 + 3) - (3 \times 13 + 32) = 1$$

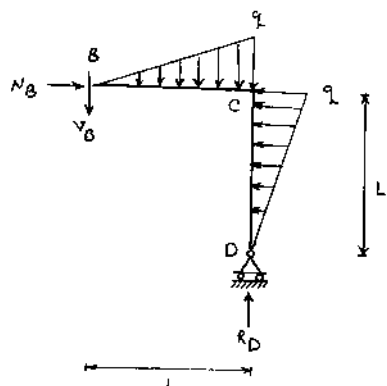


سیستم از اتصال سه مجموعه توسط ۶ میله تشکیل شده است. امتداد خط واصل مفاصل موهومی در افق قرار دارد که با امتداد میله‌های ۵ و ۶ در یک راستا قرار گرفته است لذا هر سه مفصل در امتداد یکدیگر قرار گرفته است و بنابراین سیستم ناپایدار خواهد بود.



۵۷- گزینه ۴ درست است.

با بررسی تعادل قسمت BCD داریم:



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}qL \times \frac{2}{3}L \right) + \left(\frac{1}{2}qL \times \frac{1}{3}L \right) - R_D \times L = 0$$

$$\Rightarrow R_D = \frac{1}{2}qL$$

در ادامه با لنگرگیری حول نقطه A روی کل سازه خواهیم داشت:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}qL \times \left(L + \frac{2}{3}L \right) \right) + \left(\frac{1}{2}qL \times \frac{1}{3}L \right) - \left(\frac{1}{2}qL \times 2L \right) - M_A = 0 \Rightarrow M_A = 0$$

۵۸- گزینه ۴ درست است.

$$D: \sum F_x = 0$$

$$2F \cos \alpha = P \Rightarrow F = \frac{P\sqrt{2}}{2}$$

$$B: \sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos \alpha = F_{BE}$$

$$\frac{P\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = F_{BE} \Rightarrow F_{BE} = \frac{P}{2}$$

$$G: \sum F_y = 0 \Rightarrow F \cos \alpha = F_{GF}$$

$$\frac{P\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = F_{GF} \Rightarrow F_{GF} = \frac{P}{2}$$

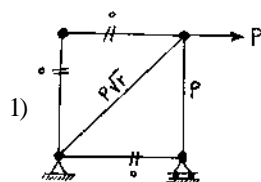
۵۹- گزینه ۲ درست است.

۶۰- گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم انرژی ذخیره‌شده در یک سازه جمع انرژی کرنشی ناشی از خمش، برش، پیچش، نیروی محوری در اعضا و همچنین انرژی ذخیره‌شده در فنرها می‌باشد. در خرپاها خمش، برش، پیچش و فنرهای انتقالی وجود ندارد و تنها نیروی محوری در اعضا ظاهر خواهد شد در این حالت خواهیم داشت:

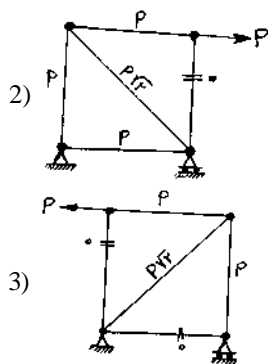
$$U = \int \frac{N^2(x)}{2EA} dx = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 L_i}{2EA}$$

با توجه به رابطه بالا و ثابت بودن مقدار EA کافی است نیروی محوری در اعضای هر کدام از خرپاهای فوق را به دست آورده و در نهایت با جایگذاری در رابطه فوق مقادیر انرژی ذخیره‌شده در هر کدام را به دست آورده و با هم مقایسه کنیم: (دقت کنیم طول اعضای مایل $L\sqrt{2}$ است.)



$$U_1 = \frac{(P)^2 \times L}{2EA} + \frac{(P\sqrt{2})^2 \times L\sqrt{2}}{2EA} = \frac{P^2 L}{2EA} (1 + 2\sqrt{2})$$





$$U_2 = 3 \times \frac{(P)^2 \times L}{2EA} + \frac{(P\sqrt{2})^2 \times L\sqrt{2}}{2EA} = \frac{P^2L}{2EA} (3 + 2\sqrt{2})$$

$$U_3 = 2 \times \frac{(P)^2 \times L}{2EA} + \frac{(P\sqrt{2})^2 \times L\sqrt{2}}{2EA} = \frac{P^2L}{2EA} (2 + 2\sqrt{2})$$

همان طور که ملاحظه می‌کنیم در سازه شماره (2) انرژی بیشتری ذخیره خواهد شد. $(U_2 > U_3 > U_1)$

۶۱- گزینه ۴ درست است.

تیر ABC معین است و در سازه‌های معین، نشست‌های تکیه‌گاهی نیروی داخلی ایجاد نمی‌کنند. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۶۲- گزینه ۲ درست است.

در این حالت، انحنا در تیر ثابت بوده و منحنی تغییر شکل به صورت کمانی از دایره است.

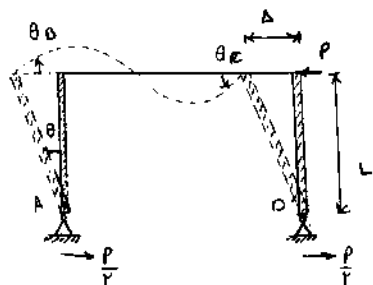
$$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

ΔT : گرادیان حرارتی

h: ارتفاع مقطع

کمانی از دایره با شعاع $\frac{h}{\alpha \Delta T}$ می‌باشد. \Rightarrow منحنی تغییر شکل

۶۳- گزینه ۴ درست است.



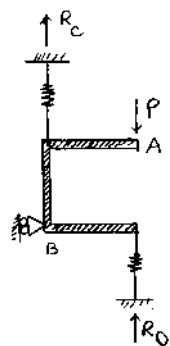
$$\theta_A = \theta_B = \theta_C = \frac{\Delta}{L}, M_C = \frac{P}{2} \times L = \frac{PL}{2}$$

با استفاده از روش شیب افت داریم:

$$\begin{cases} M_{CB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_B - 3\psi_{CB}) + FEM_{CB} \\ \theta_C = \theta_B = \frac{\Delta}{L}, \psi_{CB} = 0, FEM_{CB} = 0 \end{cases} \Rightarrow M_{CB} = \frac{6EI\Delta}{L^2}$$

$$M_{BC} = \frac{6EI\Delta}{L^2} = \frac{PL}{2} \Rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{12EI}$$

۶۴- گزینه ۴ درست است.



با توجه به روش کار مجازی داریم:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_D = P,$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_C = 0$$

$$1 \times \Delta_A = \frac{F\bar{F}}{K_A} \rightarrow \Delta_A = \frac{P \times 1}{2K} = \frac{P}{2K}$$

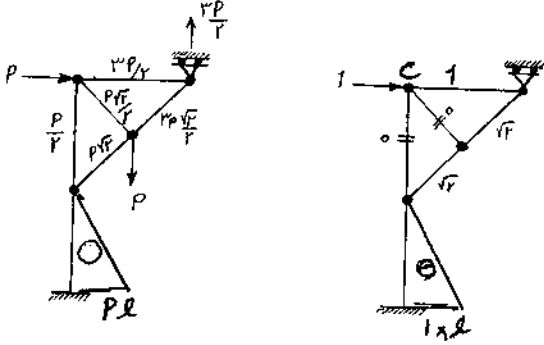




۶۵ - گزینه ۳ درست است.

از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم:

باید توجه داشته باشیم سازه فوق از دو قسمت تشکیل شده است. (۱) قسمت AB که رفتار خمشی دارد. (۲) قسمت BDEC که رفتار خرابایی دارد. با توجه به رابطه مقابل در روش کار مجازی باید نیروهای داخلی خرابی را در دو حالت بارگذاری واقعی و بارگذاری مجازی (بار واحد در نقطه C) محاسبه کنیم:



$$1 \times \Delta_1 = \sum \frac{N\bar{N}}{EA} L + \int \frac{M\bar{M}}{EI} dx$$

$$1 \times \Delta = \frac{\left(3 \frac{P}{2}\right) \times (1)}{EA} \times L\sqrt{2} + \frac{\left(3P \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times (\sqrt{2})}{EA} \times L + \frac{(P\sqrt{2}) \times (\sqrt{2})}{EA} \times L + \frac{PL \times L \times L}{3EI}$$

$$\Rightarrow \Delta_1 = \frac{PL}{EA} \left(5 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{PL^3}{3EI}$$

$$I = \frac{AL^2}{6} \Rightarrow \Delta = \frac{PL}{EA} \left(7 + \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$$

مکانیک خاک و پی‌سازی

۶۶ - گزینه ۱ درست است.

آزمایش مورد نظر یک آزمایش CU است که در مورد آن با توجه به اطلاعات صورت سوال می‌توان گفت:

$$\begin{cases} C' = 0 & (\text{رس عادی تحکیم یافته}) \text{ و } \theta = 45 + \frac{30}{2} = 60^\circ \\ A_f = \frac{\Delta u_d}{\Delta \sigma_d} = 1 & (\text{تغییر شکل جانبی در آزمایش CU صفر شده است}) \\ (\sigma_1 - \Delta u_d) = (\sigma_3 - \Delta u_d) \tan^2 \theta + 2C' \tan \theta \end{cases}$$

$$\rightarrow (\sigma_3 + \Delta \sigma_d - \Delta \sigma_d) = (\sigma_3 - \Delta \sigma_d) \tan^2 60 + 0 \rightarrow \sigma_3 = \frac{3}{2} \Delta \sigma_d \rightarrow \sigma_3 > \Delta \sigma_d$$

۶۷ - گزینه ۱ درست است.

$$FS = \frac{\gamma' + \left(\frac{D_1}{D}\right) \gamma'_F}{i \gamma_w}$$

$$1.5 = \frac{(19-10) + \left(\frac{D_1}{1}\right)(22-10)}{\left(\frac{1.2}{1}\right) \times 10} \Rightarrow 12D_1 = 9 \Rightarrow D_1 = 0.75 \text{ m}$$



۶۸- گزینه ۳ درست است.

$$\text{خاک دانه‌ای} \rightarrow C' = 0 \rightarrow FS = \frac{\gamma'}{\gamma_{\text{sat}}} \left(\frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \right) = 1 \text{ (آستانه لغزش)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\gamma'}{\gamma_{\text{sat}}} = \frac{\tan \beta}{\tan \phi'} = \frac{\tan 17}{\tan 31} = \frac{0.3}{0.6} = \frac{1}{2} \\ \frac{\gamma'}{\gamma_{\text{sat}}} = \frac{\frac{G_s - 1}{1 + e} \gamma_w}{\frac{G_s + e}{1 + e} \gamma_w} = \frac{G_s - 1}{G_s + e} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{G_s - 1}{G_s + e} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2.65 - 1}{2.65 + e} = \frac{1}{2} \rightarrow e = 0.65$$

۶۹- گزینه ۱ درست است.

$$Z_{\text{cr}} = \frac{2C_u}{\gamma_{\text{sat}}} = \frac{2 \times 13.5}{18} = 1.5 \text{ m}$$

در شرایط $\phi = 0$ برای خاک رس اشباع داریم:

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma K_a (H - Z_{\text{cr}})^2 = \frac{1}{2} \times 18 \times 1 \times (4.5 - 1.5)^2 = 81 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

۷۰- گزینه ۳ درست است.

$$\gamma_{d_A} = \frac{\gamma_A}{1 + \omega_A} = \frac{16.5}{1 + 0.1} = 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma_{d_B} = \frac{\gamma_B}{1 + \omega_B} = \frac{20}{1 + 0.25} = 16 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma_{\text{د اجرایی}} = R_c \times \gamma_{d_{\text{max}}} = 0.9 \times 20 = 18 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$\begin{cases} w_{s(A)} + w_{s(B)} = w_{\text{اجرایی}} \\ w_{w(A)} + w_{w(B)} = w_{\text{اجرایی}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_{d_A} V_A + \gamma_{d_B} V_B = \gamma_{\text{د اجرایی}} \times V_{\text{اجرایی}} \\ \omega_A \gamma_{d_A} V_A + \omega_B \gamma_{d_B} V_B = \omega_{\text{اجرایی}} \times \gamma_{\text{د اجرایی}} \times V_{\text{اجرایی}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left[\frac{\omega_B - \omega_{\text{اجرایی}}}{\omega_{\text{اجرایی}} - \omega_A} \right] \left(\frac{\gamma_{d_B}}{\gamma_{d_A}} \right)$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{0.25 - 0.2}{0.2 - 0.1} \times \frac{16}{15} = \frac{8}{15} \rightarrow V_A = \frac{8}{15} V_B$$

$$\gamma_{d_A} V_A + \gamma_{d_B} V_B = \gamma_{\text{د اجرایی}} V_{\text{اجرایی}} \Rightarrow \underline{15 V_A + 16 V_B = 18 \times 50 = 900}$$

$$\begin{cases} 15 \left(\frac{8}{15} V_B \right) + 16 V_B = 900 \\ V_A = \frac{8}{15} V_B \end{cases} \Rightarrow V_B = 37.5 \text{ m}^3, V_A = 20 \text{ m}^3$$

۷۱- گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{ZA} = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{4P}{\pi a^2} \\ \Delta \sigma_{ZB} = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(D+a)^2} = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(4a^2)} = \frac{P}{\pi a^2} \end{cases} \Rightarrow \Delta \sigma_{ZA} = 4 \Delta \sigma_{ZB}$$



۷۲ - گزینه ۳ درست است.

داریم:

$$T_v = \frac{C_v t}{H_{dr}^2}, \quad T_v (U = 40\%) = 0.125$$

پس با فرض زهکشی یکطرفه می نویسیم:

$$0.125 = \frac{C_v \times 5}{8^2} \rightarrow C_v = 1.6 \frac{m^2}{year}$$

چون شرایط زهکشی لایه‌ها یکسان است، بنابراین فرض زهکشی یکطرفه را در اینجا هم اعمال می‌کنیم:

$$T_v = \frac{C_v t}{H_{dr}^2}, \quad T_v (U = 90\%) = 0.85 \rightarrow 0.85 = \frac{1.6 \times t}{4^2} \rightarrow t = 8.5 \text{ سال}$$

۷۳ - گزینه ۳ درست است.

$$\Delta H_1 = 11.8 \text{ mm} \rightarrow U_1 = \frac{\Delta H_1}{\Delta H_{ج}} = \frac{11.8}{59} = 0.2$$

$$\Delta H_2 = 17.7 + 14.1 = 29.5 \rightarrow U_2 = \frac{\Delta H_2}{\Delta H_{ج}} = \frac{29.5}{59} = 0.5$$

برای یک لایه خاک در دو زمان متفاوت (با درجه‌های تحکیم کمتر از 60%) می‌توان نوشت:

$$\frac{t_2}{t_1} = \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \rightarrow \frac{t_2}{2} = \left(\frac{0.5}{0.2} \right)^2 \rightarrow t_2 = 12.5 \text{ سال}$$

بنابراین زمان موجود برای چاره‌اندیشی در مورد این مشکل، با احتساب سپری شدن دو سال از نشست برابر است با:

$$t_{موجود} = 12.5 - 2 = 10.5$$

۷۴ - گزینه ۳ درست است.

$$\sigma'_0 = (18 - 10) \times 2.5 = 20 \frac{kN}{m^2}$$

$$\sigma'_f = \sigma'_0 + \Delta \sigma' = 20 + q$$

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_c \log \left(\frac{\sigma'_f}{\sigma'_0} \right)$$

$$70 = \frac{500 \times 0.35}{1 + 0.75} \log \left(\frac{q + 20}{20} \right)$$

$$\log \frac{q + 20}{20} = 0.7 \Rightarrow \log(q + 20) - \log(20) = 0.7$$

$$\log 20 = \log 10 + \log 2 = 1 + 0.3 = 1.3$$

$$\log(q + 20) = 0.7 + 1.3 = 2 \Rightarrow q + 20 = 10^2 = 100 \Rightarrow q = 80 \frac{kN}{m^2}$$

۷۵ - گزینه ۳ درست است.

ابتدا تنش موثر (σ') در پایین و بالای لایه رسی را تعیین می‌کنیم:

$$\sigma' (\text{بالا}) = \sigma = 16 \times 5 = 80 \frac{kN}{m^2}$$



$$\sigma' (\text{پایین}) = \sigma - u = (16 \times 5 + 18 \times 5) - (10 \times 10) = 70 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

با توجه به خطی بودن تغییرات فشار آب حفره‌ای و تنش کل در لایه رسی می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات تنش موثر نیز خطی خواهد بود، بنابراین برای محاسبه σ'_A می‌توان نوشت:

$$\sigma'_A = \sigma' (\text{بالا}) + \frac{1}{2} \Delta \sigma' (\text{بالا و پایین}) = 80 + \frac{1}{2} (80 - 70) = 85 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

۷۶ - گزینه ۴ درست است.

۷۷ - گزینه ۲ درست است.

در آزمایش تحکیم، حلقه صلب دور نمونه از تغییر شکل جانبی آن جلوگیری کرده و شرایط فشار سکون حاکم است. همچنین با توجه به باربرداری انجام شده، نمونه پیش تحکیم یافته است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \sigma_h = \sigma'_v K_0 + u \\ \sigma'_v = 50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}, \quad u = 0 \\ K_0 = (1 - \sin \phi') \sqrt{\text{OCR}}, \quad \sqrt{\text{OCR}} = \sqrt{\frac{\sigma'_c}{\sigma'_v}} = \sqrt{\frac{200}{50}} = 2 \end{cases} \rightarrow \sigma_h = 50 \times 2 + 0 = 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

۷۸ - گزینه ۴ درست است.

مرحله اول:

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_3 = \sigma \Rightarrow P = \sigma$$

مرحله دوم:

$$\begin{cases} P = \frac{(\sigma_1 + \Delta \sigma_1) + (\sigma_3 + \Delta \sigma_3)}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \Delta \sigma \\ q = \frac{(\sigma_1 + \Delta \sigma_1) - (\sigma_3 + \Delta \sigma_3)}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + 1.5 \Delta \sigma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_3}{2} = \Delta \sigma \\ \frac{\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3}{2} = 1.5 \Delta \sigma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta \sigma_1 = 2.5 \Delta \sigma \\ \Delta \sigma_3 = -0.5 \Delta \sigma \end{cases}$$

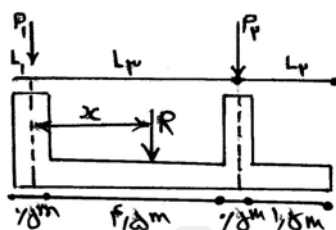
۷۹ - گزینه ۴ درست است.

$$L', B' = \max, \min \{L - 2e_x, B - 2e_y\} = \max, \min \{3 - 2 \times 0.5, 2.5 - 2 \times 0.5\} = \max \text{ و } \min \{2, 1.5\} \rightarrow L' = 2, B' = 1.5$$

ظرفیت باربری نهایی پی که روی خاک ماسه‌ای واقع شده (یعنی $q = 0$ و $c = 0$)، با توجه به سطح سفره آب زیرزمینی که منطبق بر سطح خاک است، با روش هانسن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} q_{ult} = 0.5 B' \gamma' N_\gamma S'_\gamma \\ S'_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0.4 \frac{1.5}{2} = 0.7 \end{cases} \Rightarrow q_{ult} = 0.5 \times 1.5 \times 10 \times 100 \times 0.7 = 525 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

۸۰ - گزینه ۲ درست است.



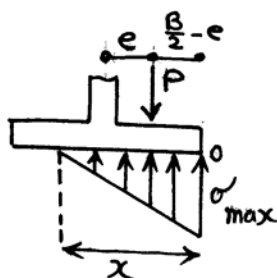
$$L = 0.5 + 4.5 + 0.5 + 1.5 = 7$$

$$x + L_1 = \frac{L}{2} = 3.5 \text{ m} \Rightarrow x = 3.5 - 0.25 = 3.25 \text{ m}$$

$$q_a = 3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 30 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{P_2 L_3}{R} \\ A = \frac{P_1 + P_2}{q_a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3.25(P_1 + P_2) = P_2(4.5 + 0.5) \\ (P_1 + P_2) = B.L.q_a = 2 \times 7 \times 30 = 420 \text{ t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2 = \frac{420 \times 3.25}{5} = 273 \text{ t} \\ P_1 = 420 - 273 = 147 \text{ t} \end{cases}$$

۸۱- گزینه ۱ درست است.



$$e = \frac{M}{P} = \frac{10.8}{27} = 0.4 \text{ m} \Rightarrow \frac{B}{6} < e < \frac{B}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{\sigma_{\max} \cdot x}{2} \cdot L = P \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{2P}{Lx}$$

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow P \left(\frac{B}{2} - e \right) = \frac{\sigma_{\max} \cdot x}{2} \cdot L \cdot \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{B}{2} - e = \frac{x}{3} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{4P}{3L(B - 2e)}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{4 \times 27}{3 \times 1.8(1.8 - 2 \times 0.4)} = 20 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}$$

۸۲- گزینه ۴ درست است.

$$C_u = \frac{1}{2} \Delta \sigma_d = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2} (300 - 100) = 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q_p = A_p q_p, \quad q_p = C N_C^*, \quad N_C = 9 \text{ (میرهوف)}, C = C_u \rightarrow Q_p = 9 C_u A_p = 9 \times 100 \times 1^2 = 900 \text{ kN}$$

۸۳- گزینه ۲ درست است.

$$(q_u)_F = (q_u)_p \left(\frac{B_F}{B_p} \right) = 150 \times \frac{1.5}{0.3} = 750 \text{ kPa}$$

۸۴- گزینه ۳ درست است.

مانند یک پی منفرد در زیر ستون بتنی، مقطع بحرانی خمش، برش معمولی و برش پانچ در کلاهیک گروه شمع به ترتیب در لبه ستون، فاصله d از لبه ستون و فاصله $\frac{d}{2}$ از لبه ستون می باشد.

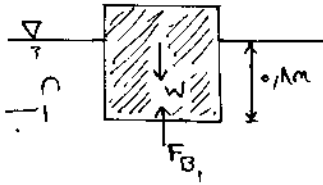
۸۵- گزینه ۲ درست است.





۸۶- گزینه ۱ درست است.

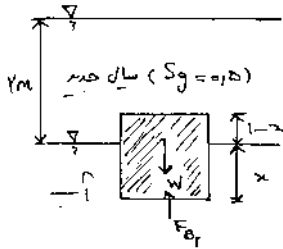
در حالت اولیه داریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_{B1}$$

$$\Rightarrow \gamma_{\text{مکعب}} \times 1^3 = \gamma_w \times 0.8 \times 1^2 \Rightarrow \gamma_{\text{مکعب}} = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

بعد از اضافه کردن سیال خواهیم داشت:



$$W = F_{B2} = \gamma_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \gamma_{\text{سیال}} V_{\text{سیال}}$$

$$8 \times 1^3 = 10 \times x \times 1^2 + 0.5 \times 10 \times (1-x) \times 1^2$$

$$8 = 10x + 5 - 5x = 5 + 5x$$

$$\Rightarrow x = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

بنابراین کف مکعب 60 cm پایین تر از مرز دو لایه سیال قرار می‌گیرد.

۸۷- گزینه ۴ درست است.

برای جریان در لوله‌ها، تنش برشی در جداره لوله برابر است با:

$$\tau_0 = \frac{\Delta H \gamma D}{4L}$$

$$\Delta H = \frac{32\mu VL}{\gamma D^2}$$

$$\tau_0 = \frac{32\mu VL}{\gamma D^2} \times \frac{\gamma D}{4L} = 8\mu \left(\frac{V}{D} \right)$$

حال اگر جریان آرام باشد، طبق رابطه هاگن - پوازوی خواهیم داشت:

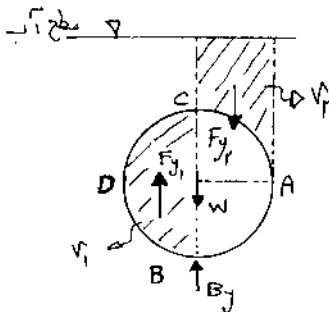
پس می‌توان با جایگذاری مقدار ΔH در رابطه تنش برشی، نوشت:

۸۸- گزینه ۳ درست است.

دیگرام جسم آزاد استوانه را در نظر می‌گیریم. توجه شود که جزء نیروهای عمودی فشار بر سطح استوانه عمود بوده و از مرکز آن عبور می‌کنند. در ضمن به علت عدم وجود اصطکاک در B، $B_x = 0$ است.

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow A_y \times 1 = 0 \Rightarrow A_y = 0$$

حال نیروهای قائم وارد بر سطح منحنی را به صورت زیر نشان داده و سپس B_y را بدست می‌آوریم.



توجه شود که F_{y1} ناشی از نیروهای هیدرواستاتیکی روی سطح BDC و F_{y2} ناشی از نیروهای هیدرواستاتیکی روی سطح AC می‌باشد.





$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Rightarrow F_{y_2} + W = F_{y_1} + B_y \Rightarrow \gamma_w V_2 + W = \gamma_w V_1 + B_y \\ &\Rightarrow 10 \times \left(1 \times 2 \times 4 - \frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 \times 4 \right) + 100 = 10 \times \left(\frac{1}{2} \pi \times 1^2 \times 4 \right) + B_y \Rightarrow B_y = 90 \text{ (kN)}\end{aligned}$$

۸۹- گزینه ۴ درست است.

$T = T_{\text{مخروط}} + T_{\text{دیسک}}$

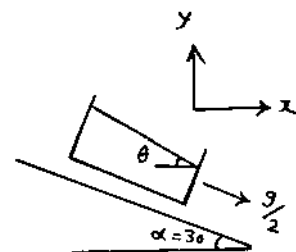
$$T_{\text{دیسک}} = \frac{\mu\omega R_1^4}{2t} - \frac{\mu\omega R_2^4}{2t} = \frac{\mu\omega(2a)^4}{2t} - \frac{\mu\omega a^4}{2t} = \frac{15\mu\omega a^4}{2t}$$

$$T_{\text{مخروط}} = \frac{\mu\omega R^4}{2t \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\mu\omega a^4}{2t \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}\mu\omega a^4}{2t}$$

$$T = \frac{15\mu\omega a^4}{2t} + \frac{\sqrt{2}\mu\omega a^4}{2t} = \left(\frac{15 + \sqrt{2}}{2} \right) \frac{\mu\omega a^4}{t}$$

۹۰- گزینه ۴ درست است.

$$\tan \theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{a \cos 30}{-a \sin 30 + g} = \frac{5 \cos 30}{-5 \sin 30 + 10} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

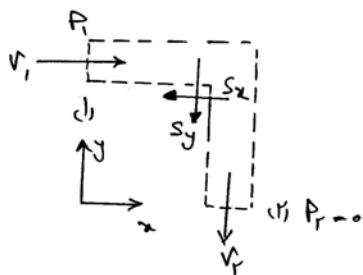


در این حالت سطح آزاد به موازات کف بوده و مایعی به بیرون تخلیه نمی‌شود بنابراین نیروی وارد بر کف ظرف برابر خواهد بود با:

$$F = W \left(1 + \frac{a_y}{g} \right) \cos \alpha = (1000 \times 10)(2 \times 1 \times 2) \left(1 + \frac{-5 \sin 30^\circ}{10} \right) \cos 30^\circ = 15000 \sqrt{3} \text{ N} = 15 \sqrt{3} \text{ kN}$$

۹۱- گزینه ۴ درست است.

حجم کنترل را داخل زانویی مطابق شکل در نظر بگیرید. S_x و S_y به سیال و عکس‌العمل آن‌ها (R_x, R_y) به زانویی وارد می‌شوند.



$$V_1 = V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{4}{0.8} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{برنولی بین ① و ②: } \frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 1 = 0 \Rightarrow P_1 = -10 \text{ (kPa)}$$

$$\sum F_x = P_1 A_1 - S_x = \rho A (V_{x_2}^2 - V_{x_1}^2)$$

$$-10 \times 0.8 - S_x = 1 \times 0.8 \times (0 - 5^2) \Rightarrow 8 + S_x = 20 \Rightarrow S_x = 12 \text{ (kN)} \Rightarrow R_x = 12 \text{ (kN)} \rightarrow$$

$$\sum F_y = -S_y = \rho A (V_{y_2}^2 - V_{y_1}^2)$$

$$-S_y = -1 \times 0.8 \times (5^2 - 0) = -20 \Rightarrow S_y = 20 \text{ (kN)} \Rightarrow R_y = 20 \text{ (kN)} \uparrow$$





$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} = 12\hat{i} + 20\hat{j}$$

۹۲- گزینه ۲ درست است.

نیروی جت خروجی از روزنه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F = \rho QV = \rho V^2 A \\ V = \sqrt{2gh} \end{cases} \rightarrow F = 2\gamma hA$$

در وضعیت موجود داریم:

$$F_1 = F_A - F_B = (2)(10)(h) \left(\frac{\pi}{4} \times 4D^2 \right) - (2)(10)(h) \left(\frac{\pi}{4} \times D^2 \right) = 20\pi hD^2 - 5\pi hD^2 = 15\pi hD^2$$

پس از تغییرات در وضعیت مخزن A خواهیم داشت:

$$F_2 = F_A - F_B = (2)(10) \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{\pi}{4} \times 16D^2 \right) - (2)(10)(h) \left(\frac{\pi}{4} \times D^2 \right) = 40\pi hD^2 - 5\pi hD^2 = 35\pi hD^2$$

و در نهایت می‌نویسیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{35\pi hD^2}{15\pi hD^2} = \frac{7}{3}$$

۹۳- گزینه ۳ درست است.

طبق معادله انتقال رینولدز، معادله پیوستگی جریان به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho V \cdot dA$$

که در آن:

$$\text{(اصل بقای جرم)} \quad \frac{dm}{dt} = 0 = \text{نرخ افزایش جرم در داخل سیستم}$$

$$\text{نرخ افزایش جرم در داخل حجم کنترل} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV$$

$$\text{نرخ خالص خروج جرم از سطح کنترل} = \int_{CS} \rho V \cdot dA$$

در نتیجه:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho V \cdot dA = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV = - \int_{CS} \rho V \cdot dA = \text{نرخ خالص ورود جرم به سطح کنترل}$$

۹۴- گزینه ۴ درست است.

با نوشتن معادله مانومتری محاسبه فشار بین نقاط A و B (دهانه ورودی لوله پیتو) خواهیم داشت:

$$P_A + \gamma_2 h - \gamma_1 h = P_B \rightarrow \frac{P_B - P_A}{\gamma_1} = h \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1 \right) = 1.6 \times \left(\frac{3}{1} - 1 \right) = 3.2 \text{ m}$$

حال معادله برنولی را بین نقاط A و B می‌نویسیم:

$$\frac{P_A}{\gamma_1} + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma_1} + \frac{V_B^2}{2g} \rightarrow \frac{P_B - P_A}{\gamma_1} = \frac{V_A^2}{2g} \rightarrow 3.2 = \frac{V_A^2}{2 \times 10} \rightarrow V_A = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{فشار سکون نقطه A} = P_A + \gamma_1 \left(\frac{V_A^2}{2g} \right) = 16 + 10 \times \left(\frac{8^2}{2 \times 10} \right) = 48 \text{ kPa}$$





۹۵- گزینه ۴ درست است.

رابطه برنولی را با در نظر گرفتن مسیر جریان از لوله‌های (۱) و (۲)، بین سطح آزاد آب در مخازن می‌نویسیم:

$$\begin{cases} (1) \text{ از لوله ۱: } H_{P_1} = \Delta H_1 + z \\ (2) \text{ از لوله ۲: } H_{P_1} = \Delta H_2 + z \end{cases} \Rightarrow H_{P_1} = H_{P_2}$$

از طرفی می‌دانیم لوله‌ها موازی‌اند، بنابراین می‌نویسیم:

$$\Delta H_1 = \Delta H_2 \Rightarrow \frac{8f_1 L_1 Q_1^2}{\pi^2 g D_1^5} = \frac{8f_2 L_2 Q_2^2}{\pi^2 g D_2^5} \Rightarrow \frac{8fLQ^2}{\pi^2 g D^5} = \frac{8f \times 2L \times Q_2^2}{\pi^2 g (2D)^5} \Rightarrow Q_2^2 = 16Q_1^2 \Rightarrow Q_2 = 4Q_1 = 4Q$$

$$\begin{cases} Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = Q + 4Q = 5Q \\ P_2 = \gamma H_{P_2} Q_2 = \gamma H_{P_1} \times 4Q = 4(\gamma H_{P_1} Q) = 4P_1 = 4P \end{cases}$$

۹۶- گزینه ۳ درست است.

$$Re_m = Re_p \Rightarrow \left(\frac{\rho V D}{\mu} \right)_m = \left(\frac{\rho V D}{\mu} \right)_p \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{\mu_m}{\mu_p} \times \frac{\rho_p}{\rho_m} \times \frac{D_p}{D_m}$$

$$\frac{\mu_m}{\mu_p} = \frac{\mu_{\text{آب}}}{\mu_{\text{نفت}}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\rho_p}{\rho_m} = \frac{\rho_{\text{نفت}}}{\rho_{\text{آب}}} = S_g = 0.8, \quad \frac{D_p}{D_m} = \frac{80}{10} = 8 \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 8 = 3.2$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{(\rho V^2 D^2)_m}{(\rho V^2 D^2)_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \times \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \times \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^2 = \frac{1}{0.8} \times 3.2^2 \times \left(\frac{1}{8} \right)^2 = 0.2$$

$$\frac{100}{F_p} = 0.2 \Rightarrow F_p = 500(N)$$

۹۷- گزینه ۲ درست است.

جریان یک‌بعدی می‌باشد. بنابراین منظور از شتاب، $a = a_x$ می‌باشد. همچنین فقط مؤلفه‌ی u در بردار سرعت ظاهر می‌شود، داریم:

$$a_x = u \frac{du}{dx}$$

$$u(x) = \frac{Q}{A(x)}, \quad A(x) = d \times b(x), \quad b(x) = \left(b + \frac{bx}{2L} \right)$$

$$u(x) = \frac{Q}{db \left(1 + \frac{x}{2L} \right)} \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{Q}{db} \times \frac{-\frac{1}{2L}}{\left(1 + \frac{x}{2L} \right)^2}$$

$$a_x = \frac{Q}{db \left(1 + \frac{x}{2L} \right)} \times \frac{Q}{db} \times \frac{-\frac{1}{2L}}{\left(1 + \frac{x}{2L} \right)^2} = -\frac{Q^2}{2b^2 d^2 L} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{2L} \right)^3}$$

$$a_A = a_x \Big|_{x=0} = -\frac{Q^2}{2b^2 d^2 L}$$

$$a_B = a_x \Big|_{x=L} = -\frac{Q^2}{2b^2 d^2 L} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2} \right)^3} = -\frac{4Q^2}{27b^2 d^2 L}$$





$$a_C = a_x \Big|_{x=2L} = -\frac{Q^2}{2b^2d^2L} \times \frac{1}{(1+1)^3} = -\frac{Q^2}{16b^2d^2L} \Rightarrow a_A = \frac{27}{8}a_B = 8a_c$$

۹۸- گزینه ۲ درست است.

در پروفیل S_2 داریم:

$$1- \frac{dy}{dx} < 0 \text{ و با کاهش عمق مواجهیم}$$

۲- رژیم جریان فوق بحرانی است و $Fr > 1$ است.

۳- شیب کف کانال از شیب بحرانی بیشتر است ($S_0 > S_c$)

حال با استفاده از معادله جریان متغیر تدریجی خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \rightarrow \frac{(-)}{\text{منفی}} = \frac{S_0 - S_f}{(-)} \rightarrow S_0 - S_f > 0 \Rightarrow S_0 > S_f$$

بنابراین گزینه (۲) نادرست و بقیه گزینه‌ها درست می‌باشند.

۹۹- گزینه ۳ درست است.

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow 6.5 = 2 + \frac{V_1^2}{20} \Rightarrow V_1^2 = 90 \Rightarrow V_1 = 3\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow 3\sqrt{10} \times 1 \times 2^2 = V_2 \times (2 \times 3) \\ \Rightarrow V_2 = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 2 + \frac{(2\sqrt{10})^2}{20} = 4 \text{ m}$$

۱۰۰- گزینه ۴ درست است.

$$S_c = n^2 g y_c^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow 0.004 = (0.02)^2 \times 10 \times y_c^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y_c = 1 \text{ m}$$

$$\left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow q^2 = 10 \Rightarrow q = \sqrt{10} \frac{m^3/s}{m}$$

۱۰۱- گزینه ۴ درست است.

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 2 + \frac{(\sqrt{6})^2}{20} = 2.3 \text{ m}$$

$$q = yV = 2\sqrt{6} \frac{m^3/s}{m} \Rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{(2\sqrt{6})^2}{10}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2.4} = 1.33 \text{ m}$$

$$E_{\min} = \frac{3}{2}y_c = \frac{3}{2} \times 1.33 = 2 \text{ m}$$

$$E_1 - \Delta z = 2.3 - 0.5 = 1.8 \text{ m} < E_{\min} \Rightarrow \text{انسداد رخ می‌دهد}$$





بنابراین انرژی مخصوص جریان قبل از پله افزایش می‌یابد تا برابر $E_{\min} + \Delta z$ شود.

$$E'_1 \text{ (قبل از پله)} = E_{\min} + \Delta z = 2 + 0.5 = 2.5 \text{ m}$$

بنابراین انرژی مخصوص به اندازه‌ی 0.2m افزایش می‌یابد.

۱۰۲- گزینه ۲ درست است.

در یک کانال مثلثی، بهترین مقطع هیدرولیکی به‌ازای $z=1$ (حالت مثلث قائم‌الزاویه) اتفاق می‌افتد. در این حالت داریم:

$$A = y^2 z = y^2, P = 2y\sqrt{1+z^2} = 2\sqrt{2}y \rightarrow R = \frac{A}{P} = \frac{y^2}{2\sqrt{2}y} = \frac{y}{2\sqrt{2}}$$

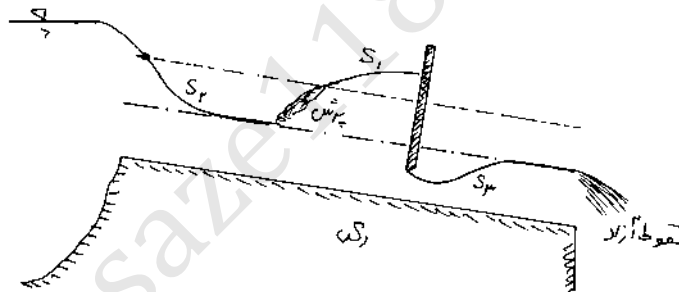


حال با نوشتن رابطه مانینگ و نیز توجه به بحرانی بودن جریان، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S_c^{\frac{1}{2}} \rightarrow Q^2 = \frac{1}{n^2} (y^2)^2 \left(\frac{y_c}{2\sqrt{2}} \right)^{\frac{4}{3}} S_c \\ y_c = \left(\frac{2Q^2}{gz^2} \right)^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{2Q^2}{g} \right)^{\frac{1}{5}} \rightarrow Q^2 = \frac{1}{2} g y_c^5 \\ \rightarrow \frac{1}{2} g y_c^5 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{n^2} \times y_c^{\frac{16}{3}} S_c \rightarrow S_c = 2 g n^2 y_c^{-\frac{1}{3}} \end{cases}$$

۱۰۳- گزینه ۳ درست است.

$S_0 > S_c$ می‌باشد، بنابراین شیب کانال تند است (S) و داریم:



۱۰۴- گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+8Fr_1^2} - 1 \right) \\ Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{10 \times 0.5}} = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow \frac{y_2}{0.5} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1+8 \times (\sqrt{10})^2} - 1 \right) \Rightarrow y_2 = 2 \text{ m}$$

$$E_j = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} = \frac{(2 - 0.5)^3}{4 \times 0.5 \times 2} = \frac{27}{32}$$

۱۰۵- گزینه ۲ درست است.

$$Fr^2 = \frac{Q^2 T}{A^3 g}$$

$$T = 3.5 + 2 \times 1 = 5.5 \text{ m}$$





$$A = 2 \left(\frac{1}{4} \pi R^2 \right) + 3.5 \times 1 = 1.5 + 3.5 = 5 \text{ m}^2$$

$$Fr^2 = \frac{10^2 \times 5.5}{5^3 \times 10} = \frac{2.2}{5} = \frac{11}{25} \Rightarrow Fr = \frac{\sqrt{11}}{5} < 1 \Rightarrow \text{جریان زیر بحرانی است}$$

طراحی (سازه‌های فولادی، بتنی، راهسازی و روسازی)

سازه‌های فولادی

۱۰۶- گزینه ۳ درست است.

بارگذاری وارده، احتمالاً سبب ایجاد خستگی در سازه شده است. بنابراین این بارگذاری متناوب بوده و در طول دوران بهره‌برداری بر سازه اثر می‌کند.

۱۰۷- گزینه ۲ درست است.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T = (L_1 + 10 + L_2) t_e \times \tau_{all}$$

$$24 \times 10^3 = (L_1 + L_2 + 10) \times 0.8 \times 1500 \rightarrow L_1 + L_2 = 10 \text{ cm}$$

۱۰۸- گزینه ۴ درست است.

با توجه به وجود باند، نقاط C و B نسبت به یکدیگر امکان حرکت نداشته و ضریب طول مؤثر ستون BC کوچک‌تر از یک می‌باشد. از سوی دیگر، نقاط A و D ثابت بوده و نقاط C و B نسبت به آن‌ها امکان حرکت دارد. با توجه به این موضوع، ستون‌های CD و AB مهار جانبی نشده، محسوب شده و ضریب طول مؤثر آن‌ها بزرگ‌تر از یک خواهد بود. در نتیجه تنها گزینه‌ی (۴) می‌تواند صحیح باشد.

۱۰۹- گزینه ۳ درست است.

با صرف‌نظر از برش ستون‌ها، در اثر اعمال نیروی P، بادبند AC تحت کشش و CE تحت فشار قرار دارد. ضریب لاغری بادبند CE برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{CE} = \frac{KL_{CE}}{r} \\ L_{CE} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (2)^2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m} \Rightarrow \lambda_{CE} = \frac{1 \times 250}{\frac{1}{2} \times \frac{4}{2}} = 250 \Rightarrow (\lambda > 200) \text{ بادبند مشکل لاغری دارد.} \\ r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{4} r^4}{\pi r^2}} = \frac{r}{2} \end{array} \right.$$

با توجه به اینکه $\lambda_{CE} > C_c = 130$ می‌باشد، لذا کماتش بادبند CE الاستیک بوده و ضریب اطمینان آن نیز برابر $\frac{23}{12} = 1.92$ می‌باشد.

ضریب اطمینان بادبند AC همانند اعضای کششی برابر $\frac{5}{3} = 1.67$ می‌باشد، لذا ضریب اطمینان طراحی بادبند AC کمتر از بادبند CE می‌باشد.

با افزایش سختی تیر BD، ممان اینرسی تیر افزایش یافته لذا ضریب G کاهش می‌یابد $G = \frac{\sum \left(\frac{I}{L}\right)_{\text{ستون}}}{\sum \left(\frac{I}{L}\right)_{\text{تیر}}}$ با کاهش ضریب G،

ضریب طول مؤثر ستون AB کاهش می‌یابد.





بادبندها نقشی در ضریب طول مؤثر ستون‌ها نداشته و فقط نوع مهاربندی قاب را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

۱۱۰- گزینه ۱ درست است.

اگر مبدأ محور x ها را انتهای تیر (B) انتخاب کنیم و نقطه تئوریک شروع صفحات تقویتی بال متناظر با $x = x_0$ باشد، داریم:

$$M_{\text{capacity}} = S\sigma_{\text{all}} = q_{\text{all}} \frac{L^2}{2} \rightarrow q_{\text{all}} = \frac{2S\sigma_{\text{all}}}{L^2}$$

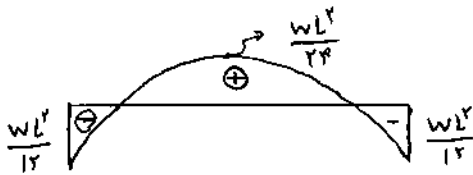
$$M(x_0) = \frac{qx_0^2}{2} = nq_{\text{all}} \frac{x_0^2}{2} = n \times \frac{2S\sigma_{\text{all}}}{L^2} \times \frac{x_0^2}{2} = n \frac{S\sigma_{\text{all}}}{L^2} x_0^2 = S\sigma_{\text{all}} \rightarrow x_0^2 = \frac{L^2}{n} \rightarrow$$

$$x_0 = \frac{L}{\sqrt{n}}, \text{ Plate Length} = L - x_0 = L - \frac{L}{\sqrt{n}} = L \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

۱۱۱- گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه تیر نورد شده است، فشرده محسوب شده و با توجه به وجود تکیه‌گاه‌های جانبی سراسری، مهار جانبی شده، محسوب می‌شود. با توجه به این توضیحات، تنش مجاز طراحی آن برابر $0.66F_y$ است.

$$F_b = 0.66F_y$$



$$\Rightarrow M_{\text{max}} = \frac{wL^2}{12}$$

$$F_b = \frac{M_{\text{max}}}{S} \Rightarrow S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{max}}}{F_b} = \frac{50 \times 600^2}{12 \times 0.66 \times 2400} \approx 947 \text{ cm}^3$$

۱۱۲- گزینه ۱ درست است.

در مقاطع فشرده، کمانش موضعی بعد از لنگر M_p رخ داده و به عبارت بهتر در یک تیر نمی‌دهد (چرا؟). از طرفی کمانش پیچشی - جانبی در این مقطع رخ نمی‌دهد زیرا تمام محوره‌های آن اصلی بوده و $I_x = I_y$ می‌باشد. دقت شود که علت رخ دادن کمانش پیچشی - جانبی، تمایل محور قوی تحت خمش برای رخ دادن تغییر شکل حول محور ضعیف می‌باشد.

۱۱۳- گزینه ۴ درست است.

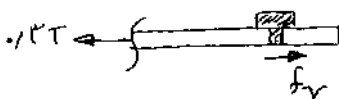
بیشترین مقدار نیروی T ، با توجه به وضعیت لهیدگی ورق‌ها عبارت است از:

$$0.5T = F_p \Rightarrow T_1 = 2F_p d_b t$$

$$t = d_b \Rightarrow T_1 = 2F_p d_b^2$$

از طرفی تنش برشی حداکثر در مقطع پیچ و در سطح تماس ورق (۱) و (۲) رخ داده و مقدار آن عبارت است از:

$$f_v = \frac{0.3T}{\frac{\pi d_b^2}{4}} = 0.3F_p \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{4} d_b^2 F_p$$



$$\max T = \min \{ T_1, T_2 \} = \frac{\pi}{4} d_b^2 F_p$$





۱۱۴- گزینه ۱ درست است.

با اضافه شدن لنگر خمشی، تنش لهدیگی ایجاد شده در بتن افزایش یافته و ضخامت مورد نیاز برای کف ستون افزایش می‌یابد.

سازه‌های بتنی

۱۱۵- گزینه ۳ درست است.

با توجه به ثابت بودن مقاومت خمشی مقطع، مقدار $A_s f_y$ در هر دو حالت ثابت است، بنابراین:

$$A_{s1} f_{y1} = A_{s2} f_{y2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} d_1^2 \times f_{y1} = \frac{\pi}{4} d_2^2 \times f_{y2}$$

$$d_1^2 = \frac{400}{300} d_2^2 \rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{3}{4}} d_1$$

طول مهاری میلگرد برابر است با:

$$\ell_d = \frac{d f_y}{4u} \Rightarrow \frac{\ell_{d1}}{\ell_{d2}} = \frac{\frac{d_2 f_{y2}}{4u}}{\frac{d_1 f_{y1}}{4u}} = \frac{d_2 f_{y2}}{d_1 f_{y1}}$$

$$\ell_d = \frac{\sqrt{\frac{3}{4}} d_1 \times 400}{d_1 \times 300} = \sqrt{\frac{3}{4}} \times \frac{4}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱۱۶- گزینه ۱ درست است.

۱۱۷- گزینه ۳ درست است.

حداکثر نیروی کششی قابل اعمال به این مجموعه به دو عامل زیر وابسته است:

(۱) حداکثر ظرفیت کششی آرماتورها

(۲) حداکثر تنش پیوستگی ایجاد شده بین بتن و میلگرد از طریق طول مهاری 20cm

در صورت جاری شدن آرماتورها، حداکثر نیروی قابل اعمال به این مجموعه برابر است با:

$$F_1 = 2 \phi_s f_y A_s = 2 \times 1 \times 400 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2 \Rightarrow F_1 = 20000 \pi \text{ N} = 20 \pi \text{ kN}$$

با توجه به چسبندگی بین میلگرد و بتن، حداکثر نیروی کششی که میلگردها می‌توانند از طریق پیوستگی و طول مهاری 20cm انتقال دهند، برابر است با:

$$F_2 = 2 \times (\pi d_b L) \times \mu = 2 \pi \times 10 \times 200 \times 0.6 \times \sqrt{25} = 12 \pi \text{ kN}$$

همانطور که مشاهده می‌شود $F_2 < F_1$ می‌باشد. بنابراین حداکثر بار کششی قابل اعمال به این مجموعه برابر $F_2 = 12 \pi \text{ kN}$ می‌باشد.

با توجه به اینکه $F_2 < F_1$ می‌باشد، لذا میلگردها به دلیل عدم تأمین طول مهاری لازم قادر به انتقال تنش‌های پیوستگی نبوده و از بتن خارج می‌شوند ولی تسلیم نمی‌شوند.

۱۱۸- گزینه ۲ درست است.

وجود ناحیه a به دلیل اعمال اثر خروج از مرکزیت حداقل است. با توجه به اینکه در ناحیه b مقدار نیروی محوری کم است. با توجه به کوچک بودن نیروی محوری وارده، می‌توان از اثر کمانش در طراحی در این منطقه صرف‌نظر نمود و لنگر قابل تحمل توسط ستون را کمی بیشتر در نظر گرفت.



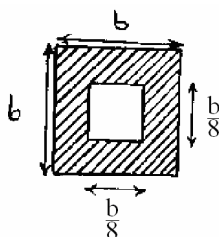


۱۱۹- گزینه ۳ درست است.

لنگر پیچشی ترک خوردگی یک مقطع بتن آرمه برابر است با:

$$T_{cr} = 2v_c \frac{A_c^2}{P_c} = 2 \times 0.2 \varphi_c \sqrt{f_c} \frac{A_c^2}{P_c}$$

که در آن A_c مساحت محصور به محیط پیرامونی مقطع و P_c محیط بیرونی ترین خط محیطی مقطع می‌باشد. در حالت دوم مقطع به صورت زیر می‌باشد:



با توجه به اینکه در حالت جدید A_c و P_c ثابت می‌باشند، بنابراین لنگر پیچشی مقطع ثابت باقی می‌ماند.

نکته: در محاسبه لنگر پیچشی ترک خوردگی، در صورتی که در مقطع بازشو وجود داشته باشد، از اثر آن‌ها صرف نظر می‌شود.

۱۲۰- گزینه ۳ درست است.

با افزایش فولاد فشاری در مقطع، در جهت حفظ تعادل نیروهای کششی و فشاری، تار خنثی به سمت بالا حرکت می‌کند. بنابراین $x < x_b$ خواهد بود. با حرکت تار خنثی به سمت بالا، کرنش آرماتورهای کششی افزایش می‌یابد. $\epsilon_s > \epsilon_y$

۱۲۱- گزینه ۴ درست است.

ابتدا باید نوع عملکرد مقطع مشخص شود:

$$a = \frac{\varphi_s A_s f_y}{0.85 \varphi_c f_c b} = \frac{1 \times 3000 \times 400}{20 \times 600} = 100 \text{ mm} > h_f = 50 \text{ mm}$$

بنابراین مقطع عملکردی T شکل داشته و مقدار آرماتور در حالت بالانس برابر است با:

$$A_{sb}^T = A_{sb} + A_{sf} \Rightarrow A_{sb}^T = 3000 + A_{sf}$$

$$\varphi_s A_{sf} f_y = 0.85 \varphi_c f_c (b - b_w) h_f \Rightarrow A_{sf} = \frac{20 \times (600 - 200) \times 50}{1 \times 400} = 1000 \text{ mm}^2$$

نکته: دقت شود A_{sb} مقدار فولاد بالانس مقطع مستطیلی به عرض 200 mm و عمق مؤثر 400 mm می‌باشد و با توجه به اینکه مقطع مستطیلی اولیه در حالت بالانس قرار داشت، فولاد $A_s = 3000 \text{ mm}^2$ همان A_{sb} می‌باشد.

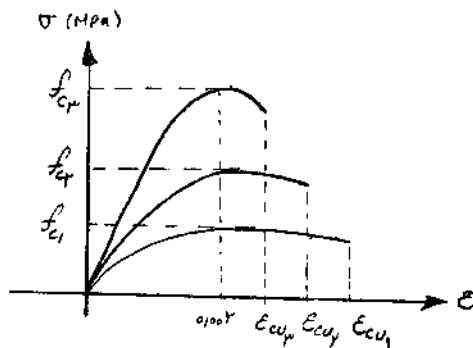
۱۲۲- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه $\rho < \rho_b$ است مقطع کم فولاد بوده و آرماتورها جاری شده‌اند. با اضافه کردن فولاد فشاری، به دلیل جاری شدن آرماتورها نیروی کششی مقطع ثابت بوده، بنابراین برای حفظ تعادل مقطع، تار خنثی به سمت بالا حرکت می‌کند. بنابراین وجود فولاد فشاری فقط باعث افزایش بازوی لنگر می‌شود. در این حالت اندکی به مقدار لنگر خمشی افزوده می‌شود.

۱۲۳- گزینه ۴ درست است.

با افزایش مقاومت فشاری، کرنش نظیر نقطه شکست کاهش می‌یابد ولی کرنش نظیر مقاومت فشاری برای انواع بتن تقریباً ثابت و در حدود 0.002 است.





راهسازی

۱۲۴- گزینه ۲ درست است.

$$V = \frac{C_2 + C_1}{2} \times L$$

$$V = \frac{10 + 20}{2} \times 40 = 600 \text{ m}^3$$

$$C_c = \frac{L}{2R} (c_1 d_1 - c_2 d_2) = \frac{40}{2 \times 400} (20 \times 0.5 - 10 \times 0.4) = \frac{1}{20} (10 - 4) = \frac{6}{20} = 0.3$$

تصحیح شده $V' = V + Cc$

$$V' = 600 + 0.3 = 600.3 \text{ m}^3$$

۱۲۵- گزینه ۱ درست است.

شیب قطعه AB برابر است با:

$$i_{AB} = \frac{h_B - h_A}{L} \times 100 \rightarrow i_{AB} = \frac{160}{4000} \times 100 = 4$$

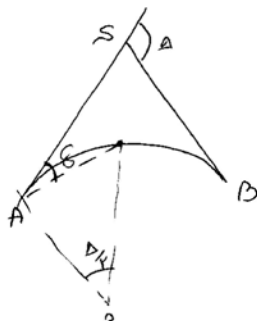
$$\Delta h_{AB} = 160 \text{ m} \rightarrow h_B - h_A = 160 \rightarrow h_A = 100 \text{ m}$$

$$L_{AM} = 1500 \text{ m}$$

$$L_M = h_A + \left(\frac{L_{AM} \times i_{AB}}{100} \right) \rightarrow h_M = 160 \text{ m}$$

۱۲۶- گزینه ۱ درست است.

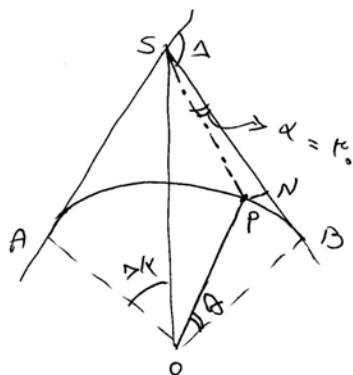
زاویه انحراف وسط قوس نسبت به مماس ورودی همان زاویه محاطی رو به کمان $\frac{\Delta}{2}$ است.



$$\hat{\delta} = \frac{1}{2} \times \frac{\Delta}{2} = \frac{\Delta}{4}$$



۱۲۷- گزینه ۴ درست است.



$$\cos(\alpha + \theta) = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\Delta}{2}\right)}{\cos\frac{\Delta}{2}}$$

$$\cos(30 + \theta) = \frac{\cos(30 + 30)}{\cos 30}$$

$$\cos(30 + \theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$30 + \theta = 55 \rightarrow \theta = 25^\circ$$

$$PN = SP \sin \alpha \rightarrow PN = 50 \sin 30 = 25$$

$$R = \frac{PN}{1 - \cos \theta} = \frac{25}{1 - \cos 25} = \frac{25}{1 - 0.9} = 250 \text{ m}$$

$$L_1 = \frac{C_1 L}{C_1 + F_2} = 80 \text{ m} \rightarrow L_2 = 120 - 80 = 40 \text{ m}$$

$$L_3 = \frac{F_1 L}{C_2 + F_1} = 45 \text{ m} \rightarrow L_4 = 120 - 45 = 75 \text{ m}$$

$$V_F = \frac{20}{2} \times 40 + \frac{30}{2} \times 45 = 1075 \text{ m}^3$$

$$V_C = \frac{40}{2} \times 80 + \frac{50}{2} \times 75 = 3475 \text{ m}^3$$

$$V_C - V_F = 3475 - 1075 = 2400 \text{ m}^3$$

۱۲۸- گزینه ۳ درست است.

$$KM_S - KM_A = 45200 - 45000 = 200 \text{ m}$$

$$\frac{L}{2} = 200 \rightarrow L = 400 \text{ m}$$

$$z = \frac{(g_2 - g_1)x^2}{2L} + g_1 x + z_A$$

$$z = -\frac{0.06}{800}x^2 + 0.02x + 175$$

$$z = -0.000075x^2 + 0.02x + 175$$

چون حجم خاکبرداری بیشتر از خاکریزی نیاز به دپو داریم.

۱۲۹- گزینه ۲ درست است.

معادله عمومی قوس قائم:

روسازی راه

۱۳۰- گزینه ۲ درست است.

۱۳۱- گزینه ۴ درست است.

$$SN_{\text{قدیم}} = 3$$





صفحه: ۳۱

$$SN_{\text{جدید}} = 4.5$$

$$SN_{\text{جدید}} = SN_{\text{قدیم}} + \frac{1}{2.5}(\alpha mD)$$

$$4.5 = 3 + \frac{1}{2.5}(0.25 \times 1 \times D)$$

$$1.5 = \frac{1}{2.5}(0.25D)$$

$$D = \frac{1.5 \times 2.5}{0.25} = 15 \text{ cm}$$

۱۳۲ - گزینه ۳ درست است.



۱۳۳ - گزینه ۱ درست است.

۱۳۴ - گزینه ۳ درست است.

$$G_{sb} = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\frac{P_1}{G_1} + \frac{P_2}{G_2} + \frac{P_3}{G_3}} = \frac{50 + 35 + 15}{\frac{50}{2.5} + \frac{35}{1.75} + \frac{15}{0.375}} = \frac{100}{20 + 20 + 40} = \frac{100}{80} = 1.25$$

۱۳۵ - گزینه ۲ درست است.

$$\Delta_s = \gamma \frac{P \cdot a}{E_2}$$

$$0.05 = 0.2 \times \frac{P \times 10}{1000}$$

$$P = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

